DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = 2 \cdot e^{3x}$

b) $g(x) = 2x \cdot \ln(3x)$

c) $h(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$

Oppgave 2 (3 poeng)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

a) Vis at divisjonen $P(x):(x-1)$ går opp, uten å utføre divisjonen.

b) Utfør polynomdivisjonen og løs ulikheten $P(x) \geq 0$.

Oppgave 3 (2 poeng)

I $\triangle ABC$ er AB = 10,0 cm og $\angle C = 90°$. Høyden h fra C til AB er 4,0 cm.

Konstruer $\triangle ABC$ gitt at BC er den lengste kateten. Forklar hva du har gjort.

Oppgave 4 (2 poeng)

En elev skulle løse en likning og begynte slik:

$$2^{3x-1} = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$$
$$\Updownarrow$$
$$2^{3x-1} = 4 \cdot 2^2$$

Fullfør løsningen av likningen.

Oppgave 5 (4 poeng)

Vi har gitt vektorene $\vec{a} = [1, 3]$, $\vec{b} = [3, 2]$ og $\vec{c} = [-1, 2]$.

a) Tegn vektorene $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$ og $\vec{v} = \vec{b} - 2\vec{c}$ i et koordinatsystem.

b) Avgjør ved regning om $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Oppgave 6 (5 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2, \qquad D_f \in \mathbb{R}$$

a) Bestem $f'(x)$ og $f''(x)$.

b) Bestem koordinatene til eventuelle topp-, bunn- og vendepunkter på grafen til f.

c) Lag en skisse av grafen til f. Bruk denne til å avgjøre for hvilke x-verdier $f'(x) > 0$ og samtidig $f''(x) < 0$.

Oppgave 7 (3 poeng)

To sirkler S_1 og S_2 er gitt ved

$$S_1: \; x^2 + y^2 = 25$$

$$S_2: \; (x-a)^2 + y^2 = 9$$

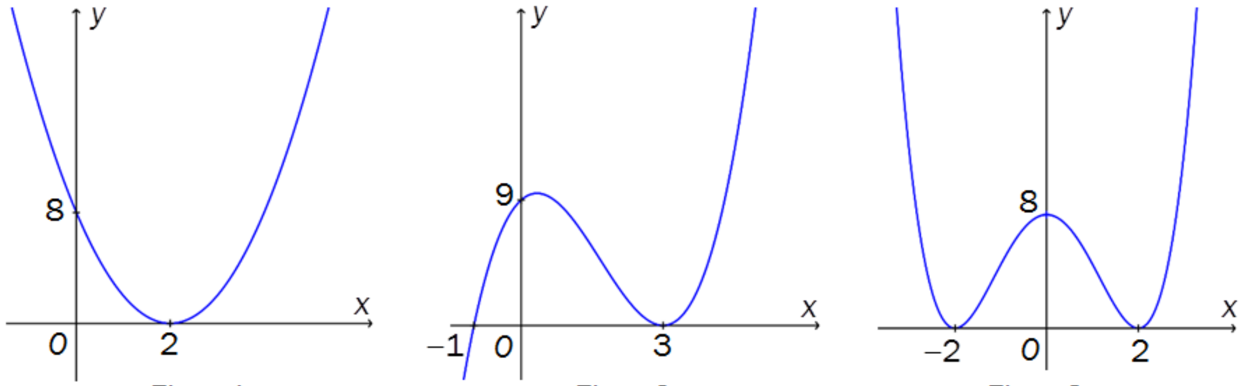
a) Tegn sirklene i et koordinatsystem når $a = 6$.

b) For hvilke verdier av a vil sirklene tangere hverandre?

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Når grafen til en polynomfunksjon tangerer x-aksen i $x = a$, har funksjonen minst to like (sammenfallende) nullpunkter i $x = a$.



Figur 1 Figur 2 Figur 3

a) Grafen til en andregradsfunksjon f er vist på figur 1. Grafen tangerer x-aksen i $x = 2$.

Forklar at $f(x) = 2 \cdot (x-2)^2$

b) Grafen til en tredjegradsfunksjon g er vist på figur 2. Grafen tangerer x-aksen i $x = 3$.

Forklar at funksjonsuttrykket til g kan skrives på formen $g(x) = k \cdot (x-3)^2 \cdot (x+1)$
Bestem k.

c) Grafen til en fjerdegradsfunksjon h er vist på figur 3. Grafen tangerer x-aksen i $x = -2$ og i $x = 2$.

Bestem funksjonsuttrykket $h(x)$.

Oppgave 2 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{2x-1}{x+1} \quad , \quad D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$$

a) Bestem asymptotene til *f*. Tegn grafen til f med asymptoter.

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x)=x-1 \quad , \quad D_f=\mathbb{R}$$

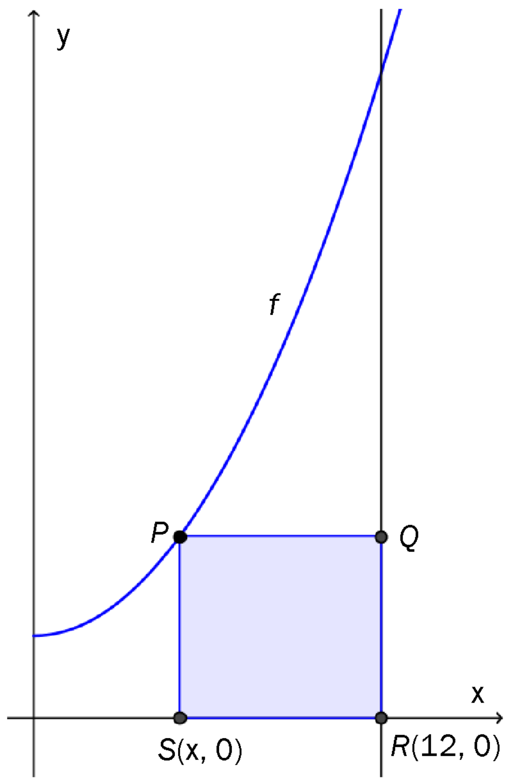
b) Bestem skjæringspunktene mellom grafene til f og g ved regning.

Oppgave 3 (6 poeng)

Figuren til høyre viser grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x)=x^2+21 \quad , \quad x\in\langle 0,\rightarrow\rangle$$

Rektangelet $PSRQ$ lages slik at P ligger på grafen til f, punktene S og R ligger på x-aksen, og R og Q har førstekoordinat $x=12$. Punktet S ligger mellom origo og R.



a) Forklar at arealet av rektanglet $PSRQ$ kan skrives som

$$A(x)=-x^3+12x^2-21x+252 \quad , \qquad x\in\langle 0\,,12\rangle$$

b) Bestem $A'(x)$ og bruk denne til å bestemme største og minste verdi som arealet av rektanglet kan ha.

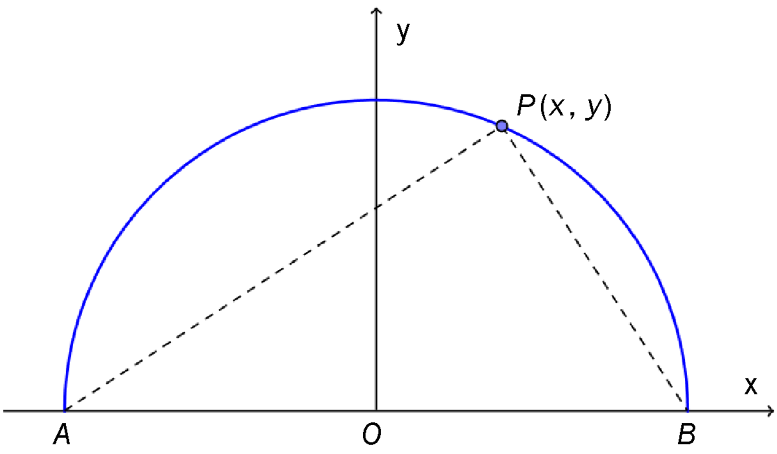
c) Tegn grafen til A, og kontroller om svarene dine fra oppgave b) stemmer.

Oppgave 4 (4 poeng)

En sirkel med radius r og sentrum i origo er gitt ved

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Punktet $P(x, y)$ er et vilkårlig punkt på den øvre halvsirkelen. Se skissen nedenfor.



a) Bestem koordinatene til punktene A og B uttrykt ved r.
Bestem vektorkoordinatene til $\overrightarrow{PA}$ og $\overrightarrow{PB}$.

b) Vis ved vektorregning at $\angle APB = 90°$.

Oppgave 5 (6 poeng)

Ved en videregående skole skal elevene velge fag. Hendelsene M og F definerer vi slik:

M : Eleven velger matematikk.

F : Eleven velger fysikk.

Vi får opplyst at $P(M) = 0{,}64$, $P(F) = 0{,}32$ og $P(\overline{M \cup F}) = 0{,}30$.

a) Bestem $P(M \cap F)$ og $P(M \cap \overline{F})$.

b) Bestem $P(F \mid M)$. Undersøk om hendelsene M og F er uavhengige.

c) Bruk Bayes' setning til å bestemme $P(M \mid F)$.

Oppgave 6 (8 poeng)

I et koordinatsystem har vi gitt punktene $A(-3, -3)$, $B(3, 1)$ og $D(-2, 2)$.

a) Bestem $\angle BAD$ og arealet av $\triangle ABD$.

Et punkt C er gitt ved at $DC \parallel AB$ og $\angle ABC = 90^\circ$.

b) Bestem ved regning koordinatene til C.

En parameterframstilling for linjen l som går gjennom C og D, er gitt ved

$$l: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = \;\;\, 2 + 2t \end{cases}$$

Et punkt E har koordinatene $(s, 2s - 2)$.

c) Bestem ved regning en verdi for s slik at E ligger på l.

d) Bestem koordinatene til punktet E når $\left|\overrightarrow{AE}\right| = \left|\overrightarrow{BE}\right|$.

Oppgave 7 (2 poeng)

Løs likningen med hensyn på x

$$n^2 \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg(x)-2} = x^2 \quad , \quad x > 0 \;\wedge\; n > 0$$