DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x)=5x^3-2x^2+5$

b) $g(x)=x^2\cdot e^x$

Oppgave 2 (4 poeng)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x)=x^3+x^2-10x+8 \quad , \quad D_P=\mathbb{R}$$

a) Faktoriser $P(x)$ i førstegradsfaktorer.

b) Løs ulikheten $P(x)\leq 0$.

Oppgave 3 (4 poeng)

Sammenhengen mellom lydstyrken L db (desibel) og lydintensiteten I W/m^2 er gitt ved

$$L=10\cdot\lg\frac{I}{I_0}$$

$I_0=10^{-12}$ er en konstant.

a) Vis at formelen kan skrives som

$$L=10\cdot\lg I+120$$

b) På en arbeidsplass blir lydintensiteten målt til 10^{-4} W/m^2.
Hvor mange desibel er lydstyrken på arbeidsplassen?

c) På en klassefest blir lydstyrken målt til 100 dB.
Hvilken lydintensitet svarer det til?

Oppgave 4 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{2x-4}{x-1} \quad , \quad D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$$

a) Lag en skisse av grafen til f.

b) Bestem $f'(x)$.

c) Bestem likningen til tangenten i punktet $(2,0)$ på grafen.

Oppgave 5 (2 poeng)

a) Forklar at $\vec{v}=[1,\ a]$ er en retningsvektor til linjen $y=ax+b$

To linjer er gitt ved likningene $y=a_1\cdot x+b_1$ og $y=a_2\cdot x+b_2$

b) Bruk skalarprodukt til å vise at dersom linjene står vinkelrett på hverandre, er $a_1\cdot a_2=-1$.

Oppgave 6 (2 poeng)

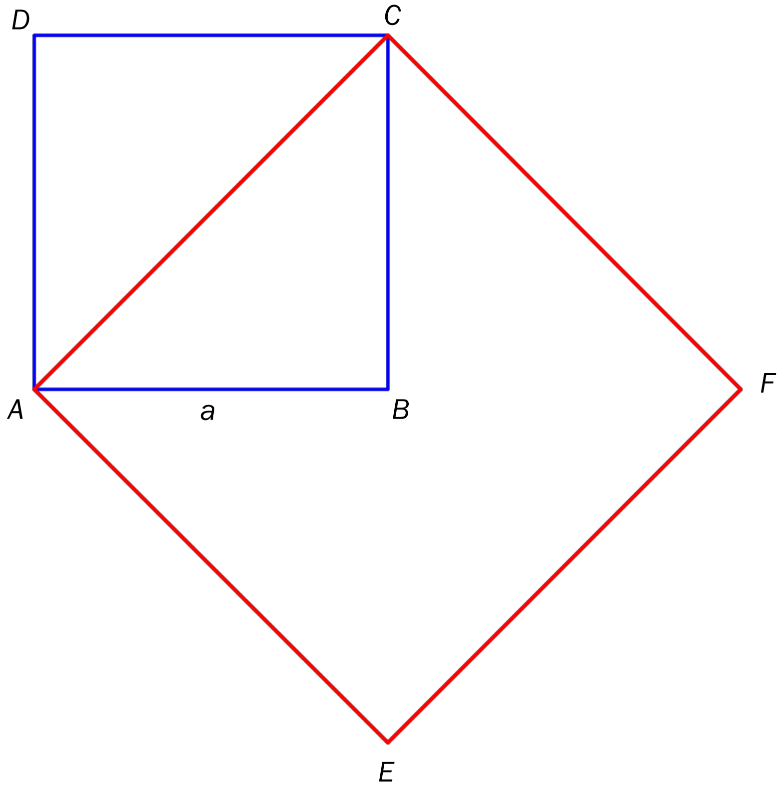
Løs likningen

$$\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-x}=\frac{3}{8}$$

Oppgave 7 (4 poeng)

På figuren nedenfor har vi tegnet kvadratene $ABCD$ og $AEFC$.

Vi setter siden i kvadratet $ABCD$ lik a.



a) Vis at kvadratet $AEFC$ har dobbelt så stort areal som kvadratet $ABCD$.

b) Konstruer et kvadrat med areal eksakt lik $50\ \text{cm}^2$.

Oppgave 8 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 3x^2 - 1$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Ved en bestemt kjemisk reaksjon vil konsentrasjonen av et stoff være gitt ved

$$f(t) = 2{,}50 - 2{,}50 \cdot e^{-0{,}012 \cdot t}$$

der $f(t)$ er antall millimol per liter av stoffet, t sekunder etter at reaksjonen startet.

a) Hva er konsentrasjonen etter 15 s?
Hvor lang tid tar det før konsentrasjonen er 2,00 millimol/L?

b) Tegn grafen til f.
Hva vil konsentrasjonen nærme seg dersom den kjemiske reaksjonen går veldig lenge?

Reaksjonshastigheten på et tidspunkt t er $f'(t)$.

c) Hva er reaksjonshastigheten når konsentrasjonen er 2,00 millimol/L?

Oppgave 2 (5 poeng)

a) Skriv opp alle primtallene fra og med 2 til og med 25.

25 like kuler som er merket med tallene fra og med 1 til og med 25, ligger i en bolle. Vi trekker tilfeldig 5 kuler fra bollen uten tilbakelegging og leser av tallene.

b) Bestem sannsynligheten for at vi trekker ut akkurat 2 primtall.

c) Bestem sannsynligheten for at vi trekker ut minst 3 primtall.

Oppgave 3 (4 poeng)

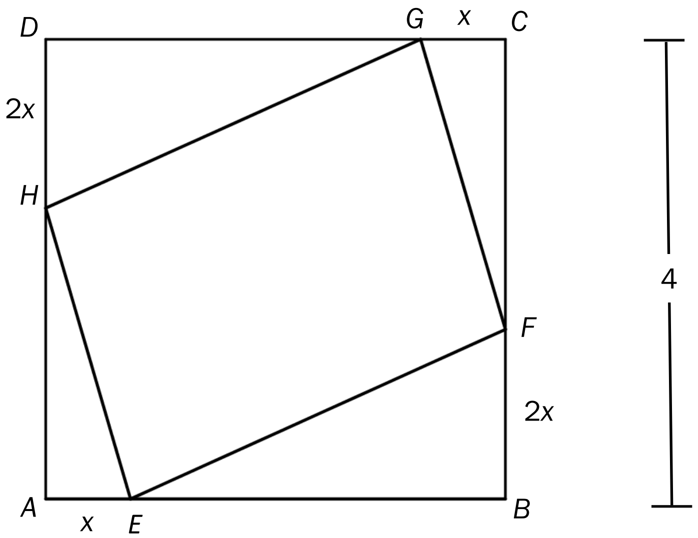
Vi har punktene $A(2, 1)$, $B(4, 5)$ og $C(t+3, t)$.

a) Bruk vektorregning til å bestemme t slik at punktene A, B og C ligger på en rett linje.

b) Bruk vektorregning til å bestemme t slik at $\angle ACB = 90°$.

Oppgave 4 (8 poeng)

I et kvadrat $ABCD$ med side 4 er det innskrevet et parallellogram $EFGH$. Vi setter $AE = CG = x$ og $BF = DH = 2x$. Se skissen nedenfor.



a) Vis at arealet T av parallellogrammet $EFGH$ er

$$T(x) = 4x^2 - 12x + 16 \quad , \quad x \in [0, 2]$$

b) Bestem x slik at arealet av parallellogrammet $EFGH$ blir halvparten av arealet av kvadratet $ABCD$.

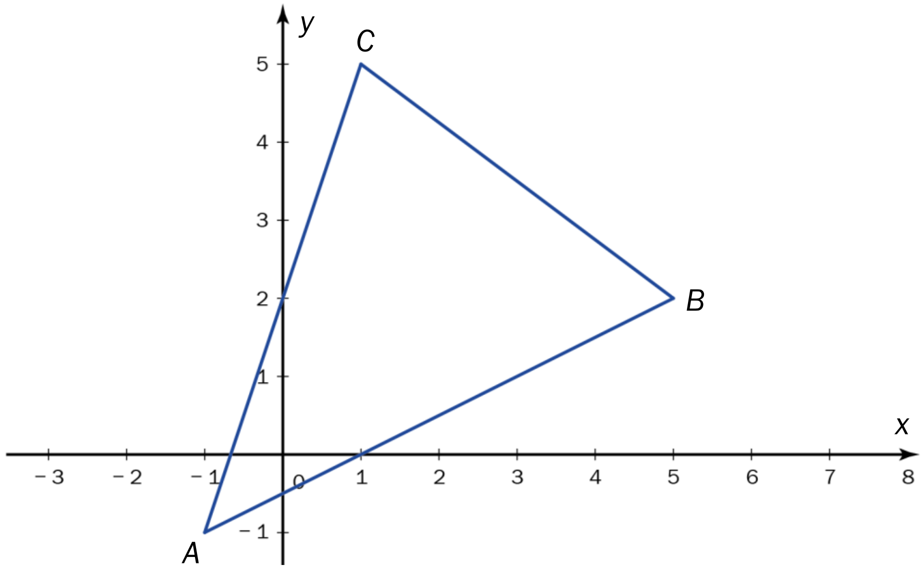
c) Bestem x slik at arealet av parallellogrammet $EFGH$ blir minst mulig.
Bestem det minste arealet.

Vi legger figuren inn i et koordinatsystem slik at A ligger i origo og B på positiv x-akse.

d) Bestem vektorene $\overrightarrow{HE}$ og $\overrightarrow{HG}$ uttrykt ved x og bruk dette til å bestemme x slik at parallellogrammet $EFGH$ blir et rektangel.

Oppgave 5 (6 poeng)

$\triangle ABC$ har hjørnene $A(-1,\ -1)$, $B(5,\ 2)$ og $C(1,\ 5)$. Se figuren nedenfor.



Likningen for linjen gjennom A og B er $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$, og likningen for linjen gjennom A og C er $y=3x+2$.

a) Bestem likningen for linjen gjennom B og C.

I oppgave 5 i Del 1 har du vist at dersom to linjer står vinkelrett på hverandre, er produktet av stigningstallene lik -1.

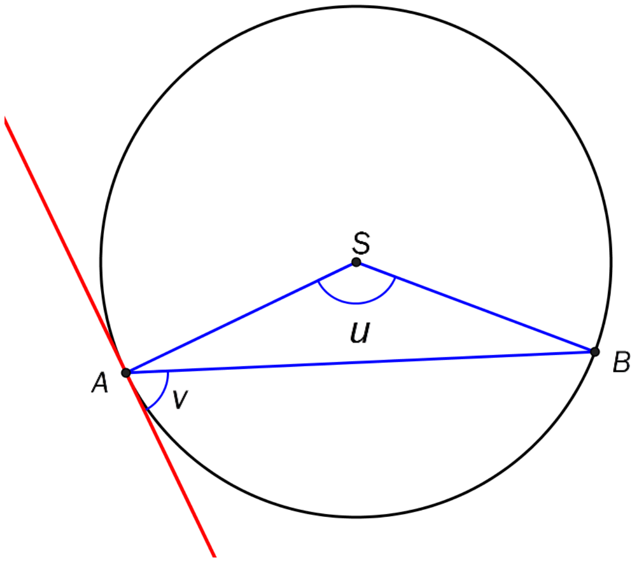
b) Bruk denne egenskapen til å vise at linjen som går gjennom C og som står vinkelrett på sidekanten AB har likningen $y=-2x+7$.

På samme måte kan det vises at linjen som går gjennom A og som står vinkelrett på sidekanten BC har likningen $y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$, og linjen som går gjennom B og som står vinkelrett på AC har likningen $y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$

c) Vis ved regning at de tre høydene i $\triangle ABC$ skjærer hverandre i ett og samme punkt. Bestem koordinatene til dette skjæringspunktet.

Oppgave 6 (3 poeng)

I en sirkel med sentrum S er det innskrevet en $\triangle ABS$ der $\angle ASB = u$. Sirkelen har en tangent i punktet A. Vinkelen mellom tangenten og siden AB er v.



a) Vis at $\angle BAS = 90° - \frac{u}{2}$.

b) Vis at $v = \frac{u}{2}$.

Oppgave 7 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{u}{v}$$

der u og v er funksjoner av x. Vi antar i denne oppgaven at $u > 0$ og $v > 0$.

Logaritmeregelen for en brøk gir $\ln(f(x)) = \ln u - \ln v$

a) Bruk logaritmeregelen og kjerneregelen til å bestemme $(\ln f(x))'$ uttrykt ved u, v, u' og v'.

b) Bruk uttrykket fra oppgave a) til å utlede derivasjonsregelen for en brøk.