# DEL 1
## Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$

b) $g(x) = 3 \cdot (x^2 - 2)^4$

c) $h(x) = x \cdot \ln(x^2 + 3)$

### Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen $f$ er gitt ved

$$f(x) = x \cdot e^{-x} \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$.

### Oppgave 3 (5 poeng)

Funksjonen $f$ er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - kx + 6 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem $k$ slik at divisjonen $f(x) : (x-1)$ går opp.

I resten av oppgaven bruker vi denne $k$-verdien.

b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorer.

c) Løs ulikheten $f(x) \geq 0$.

## Oppgave 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\lg(a^2 \cdot b^3) + \lg\left(\frac{1}{b^2}\right) - \lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

## Oppgave 5 (7 poeng)

Funksjonen $f$ er gitt ved

$$f(x) = -x^4 + 4x^3 \ , \quad x \in \langle -2, 4 \rangle$$

a) Bestem eventuelle nullpunkter til $f$.

b) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til $f$.

c) Bestem eventuelle vendepunkter på grafen til $f$.

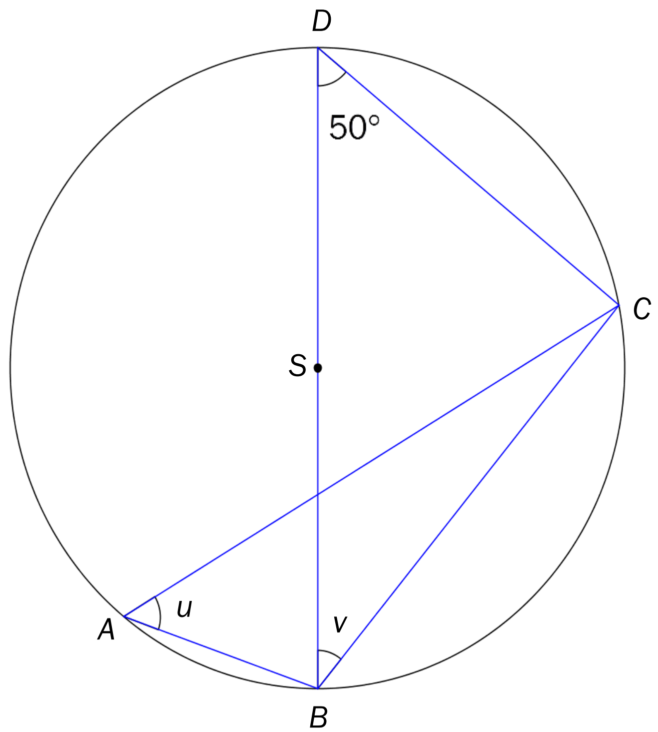
d) Lag en skisse av grafen til $f$.

## Oppgave 6 (3 poeng)

Skissen viser en sirkel med sentrum i $S$.

Punktene $A$, $B$, $C$ og $D$ ligger på sirkelen.
$BD$ er en diameter.

Vi setter $\angle BDC = 50°$, $\angle BAC = u$ og $\angle CBD = v$.




Bruk et geometrisk resonnement til å bestemme størrelsen på vinklene $u$ og $v$.

## Oppgave 7 (4 poeng)

På en skole er 60 % av elevene jenter. 70 % av jentene og 55 % av guttene har blå øyne. Vi trekker ut en tilfeldig valgt elev ved skolen.

a) Bestem sannsynligheten for at eleven har blå øyne.

b) Eleven som er trukket ut, har ikke blå øyne. Bestem sannsynligheten for at eleven er en gutt.

## Oppgave 8 (5 poeng)

a) Konstruer en $\triangle ABC$ slik at $AB = 10,0 \text{ cm}$, $BC = 7,0 \text{ cm}$ og $AC = 11,0 \text{ cm}$.

En skjæringssetning sier at halveringslinjene til de tre vinklene i trekanten skjærer hverandre i ett punkt.

b) Demonstrer denne setningen ved å konstruere halveringslinjene til vinklene i $\triangle ABC$.

Halveringslinjene skjærer hverandre i punktet $S$.

c) Konstruer normalene fra $S$ ned på hver av sidekantene i $\triangle ABC$. Fotpunktene til normalene kaller vi $D$, $E$ og $F$.

d) Forklar at $SD = SE = SF$. Konstruer den innskrevne sirkelen i $\triangle ABC$.

## Oppgave 9 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg(x+2)^2 = \lg x^4$$

# DEL 2
## Med hjelpemidler

## Oppgave 1 (5 poeng)

I 1960 var folketallet på jorden 3,0 milliarder. I 2013 var folketallet 7,1 milliarder. En god modell for utviklingen av folketallet er funksjonen $f$ gitt ved

$$f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$$

der $c$ og $k$ er konstanter og tiden $t$ er antall år etter 1960.

a) Bestem konstantene $c$ og $k$.

b) Når vil folketallet passere 10 milliarder ifølge denne modellen?

c) Forklar at folketallet stiger med en fast prosent hvert år ifølge modellen.
Bestem denne faste, årlige prosenten.

## Oppgave 2 (6 poeng)

I et koordinatsystem er punktene $A(-1, 0)$, $B(7, -1)$ og $C(5, 8)$ gitt.

a) Bestem $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CA}$ og $\angle ACB$.

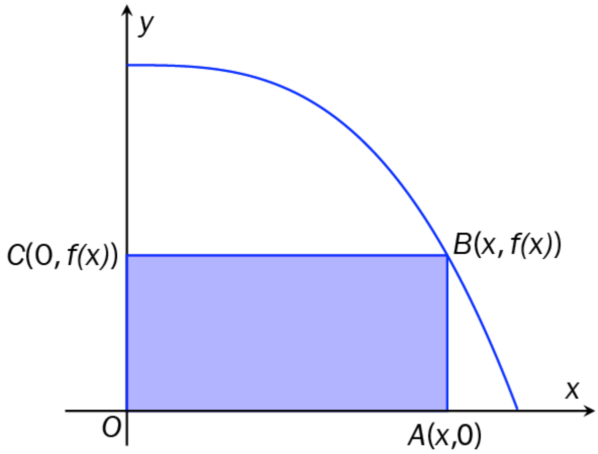
b) Bestem arealet til $\triangle ABC$.

c) Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til et punkt $E$ på $x$-aksen slik at $\overrightarrow{CE} \perp \overrightarrow{AB}$

## Oppgave 3 (5 poeng)

På figuren nedenfor ser du grafen til funksjonen $f$ gitt ved

$$f(x) = 4 - 0{,}125x^3 \quad , \quad 0 < x < 2\sqrt[3]{4}$$




Rektangelet $OABC$ er laget slik at $B$ ligger på grafen til $f$.

a) Vis at arealet $G$ til rektangelet kan skrives som

$$G(x) = 4x - 0{,}125x^4$$

b) Bestem $x$ slik at rektangelet får areal lik 5,0.

c) Bestem det største arealet rektangelet kan ha.

## Oppgave 4 (8 poeng)

Funksjonen $f$ er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 9x + 28 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til $f$.

En linje skjærer grafen til $f$ i punktene $(-3, -8)$ og $(2, 2)$.

b) Bestem det tredje skjæringspunktet mellom grafen til $f$ og linjen. Hva blir summen av $x$-koordinatene til de tre skjæringspunktene?

Funksjonen $g$ er gitt ved

$$g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

En linje $\ell$ går gjennom punktene $(s, g(s))$ og $(t, g(t))$.

c) Bruk CAS til å bestemme likningen for linjen $\ell$, uttrykt ved $s$, $t$, $a$, $b$ og $c$.

d) Bruk CAS til å bestemme $x$-koordinaten til det tredje skjæringspunktet mellom grafen til $g$ og linjen $\ell$. Bestem summen av $x$-koordinatene til de tre skjæringspunktene.