DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = 2x^2 - 5x - 6$

b) $g(x) = x\ln x$

c) $h(x) = \dfrac{e^{2x}}{x-3}$

Oppgave 2 (5 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = (x+1)^2(x-2)$$

a) Bestem nullpunktene til f.

b) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

c) Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 3 (3 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2x+10}{x^2-25} + \frac{x}{x+5} - \frac{4}{2x-10}$$

b) Løs ligningen

$$\frac{2x+10}{x^2-25} + \frac{x}{x+5} = \frac{4}{2x-10}$$

Oppgave 4 (4 poeng)

Løs ligningene

a) $2^{3x-2} - 13 = 3$

b) $(\lg x)^2 + \lg x - 2 = 0$

Oppgave 5 (6 poeng)

I et koordinatsystem har vi punktene $A(-3, -2)$, $B(3, 4)$ og $C(-4, 5)$.
En linje ℓ går gjennom punktet C og er parallell med AB.

a) Sett opp en parameterframstilling for ℓ.

Linjen ℓ skjærer x-aksen i punktet D.

b) Bestem koordinatene til D.

c) Bestem koordinatene til et punkt E på linjen ℓ slik at $\angle BAE = 90°$.

Oppgave 6 (4 poeng)

I en fabrikk er det to maskiner, maskin A og maskin B, som produserer samme type nøkler.

- 4 % av nøklene fra maskin A er defekte.
- 1 % av nøklene fra maskin B er defekte.
- Maskin B produserer dobbelt så mange nøkler som maskin A.

En nøkkel blir valgt tilfeldig fra lageret.

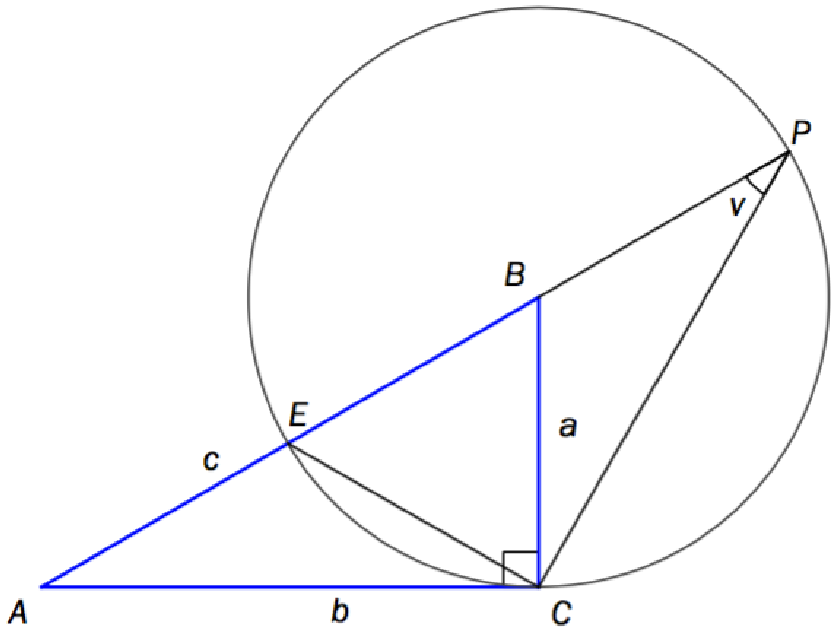
a) Bestem sannsynligheten for at nøkkelen er defekt.

Det viser seg at den valgte nøkkelen er defekt.

b) Bestem sannsynligheten for at nøkkelen ble produsert av maskin A.

Oppgave 7 (6 poeng)

En rettvinklet $\triangle ACB$ med sidelengdene $BC = a$, $AC = b$ og $AB = c$ er gitt. Vi tegner en sirkel med sentrum i B og radius a. Linjen gjennom A og B skjærer sirkelen i E og P.
Vi setter $\angle BPC = v$. Se figuren nedenfor.



a) Vis at $\angle ACE = v$, og at $\triangle ACP \sim \triangle ACE$.

b) Forklar at $AE = c - a$, og at $AP = c + a$.

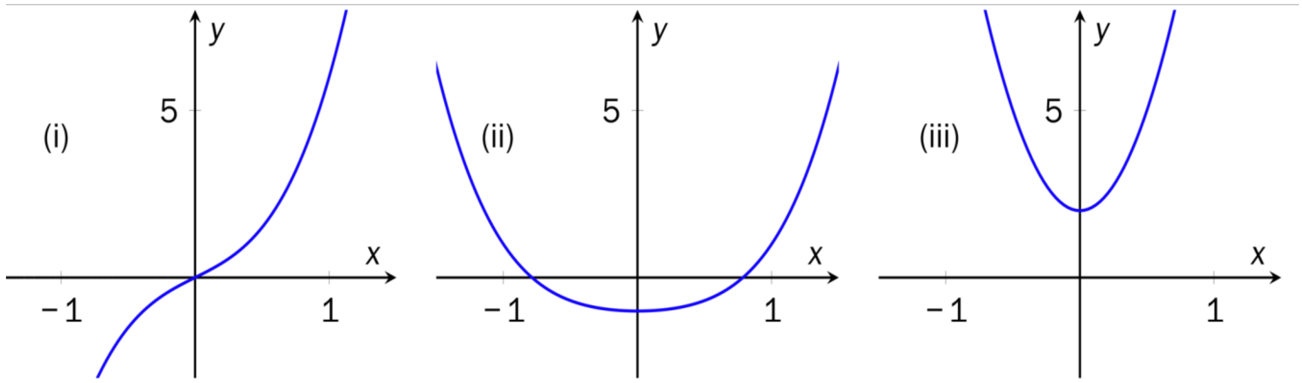
c) Bruk formlikheten i oppgave a) til å vise at

$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

d) Bruk resultatet i oppgave c) til å vise at Pytagoras' setning gjelder.

Oppgave 8 (3 poeng)

Nedenfor er det laget skisser av grafene til en funksjon f, den deriverte f' og den andrederiverte f''.



Avgjør hva som er grafen til f, hva som er grafen til f', og hva som er grafen til f''.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

I pengespillet Lotto legges 34 kuler i en beholder. Hver kule er nummerert med ett av tallene fra 1 til 34. Sju kuler trekkes tilfeldig uten tilbakelegging. Tallene på de sju kulene er vinnertallene.

Når du spiller Lotto, krysser du av sju av tallene fra 1 til 34 på en kupong.

a) På hvor mange måter kan du velge ut sju av de 34 tallene?

Tore har levert inn en lottokupong der han har krysset av tallene

3, 5, 11, 18, 21, 25, 32

b) Bestem sannsynligheten for at Tore får nøyaktig 5 rette.

Tore ser lottotrekningen på TV. Etter at det er trukket ut fire tall, går strømmen, og TV-en går i svart. Tallene som til da er trukket ut, er 5, 21, 3 og 11.

c) Bestem sannsynligheten for at Tore får sju rette på lottokupongen sin.

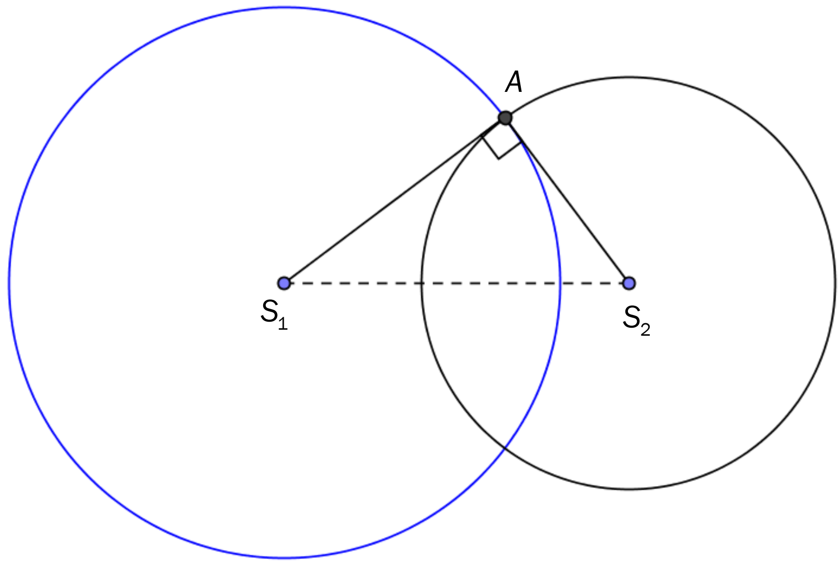
Oppgave 2 (6 poeng)

To sirkler c_1 og c_2 med sentrum i henholdsvis S_1 og S_2 er gitt ved

$$c_1 : \ (x+5)^2 + y^2 = 80$$
$$c_2 : \ x^2 - 10x + y^2 + 5 = 0$$

a) Bestem sentrum og radius i sirklene c_1 og c_2.

La A være et av skjæringspunktene mellom sirklene. Sirklene c_1 og c_2 kalles *ortogonale* dersom $\overrightarrow{AS_1} \perp \overrightarrow{AS_2}$. Se skissen nedenfor.



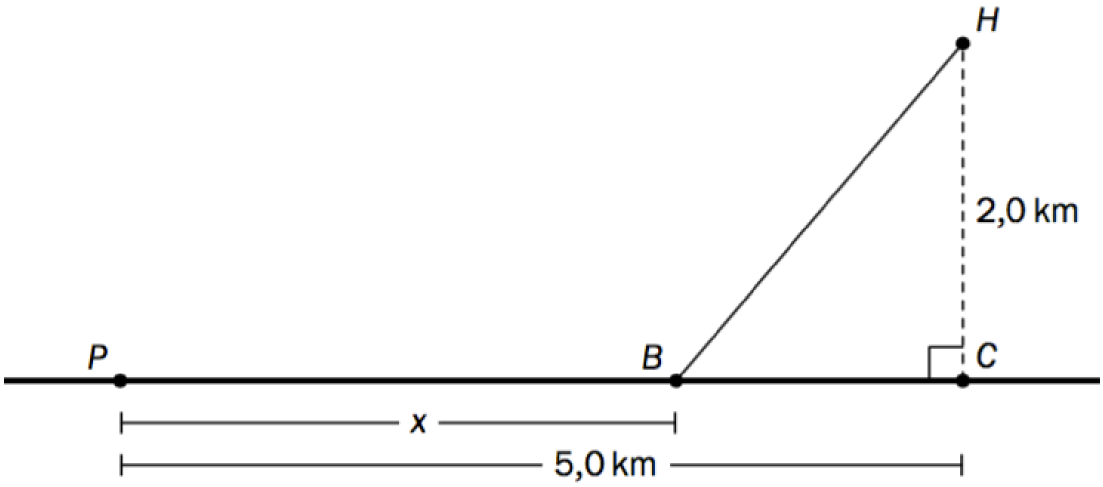
b) Bestem skjæringspunktene mellom sirklene c_1 og c_2.

c) Undersøk ved å bruke vektorregning om sirklene c_1 og c_2 er ortogonale.

Oppgave 3 (4 poeng)

Anne skal på hytta. Hun må sette bilen sin på en parkeringsplass P ved en rettlinjet vei. Punktet C er det punktet på veien som ligger nærmest hytta H. Avstanden fra P til C er 5,0 km. Avstanden fra C til H er 2,0 km.

Anne vurderer å følge veien fram til et punkt B før hun svinger ut i terrenget og går rett mot hytta. Se figuren nedenfor.



Hun regner med å holde farten 5 km/h på veien og farten 3 km/h i terrenget.

Vi setter $PB = x$ km . Tiden hun bruker fra parkeringsplassen til hytta, målt i timer, kaller vi for $t(x)$.

a) Vis at

$$t(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{2^2 + (5-x)^2}}{3}$$

b) Bestem hvor Anne må velge punktet B for å komme raskest fram til hytta.
Hva er den korteste tiden hun kan bruke?

Oppgave 4 (6 poeng)

En partikkel beveger seg i en bane gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^3 - 3t + 3,\ t - 1] \quad , \qquad -2 \le t \le 2$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til $\vec{r}$ i et koordinatsystem.

b) Bestem posisjonen, banefarten og akselerasjonen når $t = 1$.

c) Bestem de punktene på grafen der fartsvektoren $\vec{v}(t)$ er parallell med y-aksen.

Oppgave 5 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x - 11$$

Noen punkter på grafen til f har avstand 5 fra origo. Bruk CAS til å bestemme de eksakte verdiene for x-koordinatene til disse punktene.