

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonene

1) $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x + 4$

2) $g(x) = 3e^{2x}$

3) $h(x) = x \cdot e^{2x}$

4) $i(x) = \ln(x^2 + 4)$

b) Vi har gitt rekken

$$4 + 7 + 10 + 13 + \dots$$

Bestem a_n og S_n

c) Løs likningen

$$x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots = 3 \quad \text{når } x \in \langle -1, 1 \rangle$$

d) Vi har gitt polynomfunksjonen

$$f(x) = x^3 + ax + 12$$

- 1) Bestem a slik at divisjonen $f(x):(x+4)$ går opp.
- 2) Utfør divisjonen, og skriv $f(x)$ som et produkt av førstegradsfaktorer for denne a -verdien.

e) Vi har gitt rekken

$$1 + 7 + 19 + 37 + \dots$$

Skriv opp S_1, S_2, S_3, S_4 og bestem S_{100}

f) For en funksjon f har vi gitt at $f'(x) = a(x+1)(x-2)$ der $a < 0$

- 1) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$. Bruk denne til å bestemme x -verdien til topp- og bunnpunkt på grafen til f . Bestem også hvor grafen til f stiger og synker.
- 2) Bestem $f''(x)$. Bruk denne til å bestemme x -verdien til vendepunktet.

g) Sannsynlighetsfordelingen til en stokastisk variabel X er gitt ved

x	0	1
$P(X=x)$	$1-p$	p

Bestem $E(X)$ og $Var(X)$ uttrykt ved p .

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 2 (8 poeng)

For å få ungdom til å studere realfag, tenker vi oss en ny ordning for studiefinansiering .

Betingelsene er som følger:

- Lånet er rente- og avdragsfritt i studietida.
- Studenten betaler bare avdrag og ikke renter når studiene er avsluttet.
- Studenten betaler første avdrag på 15 000 kroner ett år etter at studiet er avsluttet. Deretter skal de årlige avdragene økes med 5 % hvert år.

En student vil låne i alt 450 000 kroner.

- a) Hvor stort blir det 2. avdraget og det 8. avdraget?
- b) Hvor mye betaler studenten tilbake i alt i løpet av de 8 første avdragene?
- c) Hvor mange år vil det ta før hele lånet er tilbakebetalt?
- d) Hvor stort blir det siste avdraget?

Oppgave 3 (8 poeng)

En modell for antall harer innenfor et lukket område er gitt ved

$$N(t) = 700 - C \cdot e^{-kt}$$

der t er antall år etter at tellingene begynte, og $k > 0$.

Ved to tellinger fant man ut at $N(0) = 400$ og $N(5) = 600$

- Bruk resultatet av de to tellingene til å vise at $C = 300$ og $k \approx 0,22$
- Finn ved regning hvor lang tid det tar før det er 650 harer i området.
- Tegn grafen til N . Hvor mange harer vil det være i området når det har gått lang tid?
- Bruk blant annet kjerneregelen til å bestemme $N'(5)$. Hva forteller svaret oss?

Oppgave 4 (6 poeng)

I et spill kastes to vanlige terninger. Premien i spillet avgjøres av samlet sum øyne på de to terningene.

Hvis summen er 11 eller 12, er premien 100 kroner.

Hvis summen er 9 eller 10, er premien 50 kroner.

Hvis summen er 7 eller 8, er premien 15 kroner.

Hvis summen er 6 eller mindre, er det ingen premie.

Det koster 10 kroner å delta i ett spill.

La X være nettogevinsten i ett spill, det vil si premien fratrukket 10 kroner.

a) Forklar at $P(X = 5) = \frac{11}{36}$

b) Skriv av tabellen nedenfor, og fyll ut det som mangler.

x	-10	5	40	90
$P(X = x)$		$\frac{11}{36}$		

c) Vil det i lengden lønne seg å spille dette spillet? Gjør beregninger som understøtter svaret ditt.

Oppgave 5 (6 poeng)

Mattilsynet kontrollerer blant annet kvaliteten på matvarer. På landsbasis har det vist seg at gjennomsnittlig 15 % av pakningene av en bestemt type mat har for dårlig kvalitet.

I et distrikt planlegger Mattilsynet å kontrollere 120 pakninger med denne maten. Vi ser på kontrollen som et binomisk forsøk med $n = 120$ og $p = 0,15$.

- Bestem sannsynligheten for at akkurat 18 av de kontrollerte pakningene har for dårlig kvalitet.
- Bestem sannsynligheten for at minst 20 av pakningene har for dårlig kvalitet.

I kontrollen viser det seg at 21 av de 120 pakningene ikke oppfylte kvalitetskravene.

Mattilsynet vil undersøke om dette høye tallet kan skyldes tilfeldigheter, eller om det virkelig er slik at mer enn 15 % av pakningene har for dårlig kvalitet i dette distriktet.

Vi lar p være sannsynligheten for at en tilfeldig utvalgt pakning har for dårlig kvalitet.

- Bruk hypotesetesting, og vurder om kontrollen gir grunnlag for å påstå at kvaliteten på denne matvaren er dårligere i dette distriktet enn ellers i landet.
Bruk et signifikansnivå på 5 %.

Oppgave 6 (8 poeng)

Kilde: Modellen bygger på tallmateriale fra http://no.wikipedia.org/wiki/Statens_pensjonsfond (06.05.2011)

Ifølge én modell vil størrelsen på Statens pensjonsfond utland ("Oljefondet") følge funksjonen gitt ved

$$f(x) = \frac{3236}{1 + 38,1 \cdot e^{-0,3763x}}$$

Her er x antall år etter 1996, og $f(x)$ er størrelsen på Oljefondet i milliarder kroner.

- Hvor stort vil Oljefondet være i 2012 ifølge modellen?
- Bruk kjerneregelen og regelen for derivasjon av en brøk til å vise at

$$f'(x) = \frac{46394,6 \cdot e^{-0,3763x}}{(1 + 38,1 \cdot e^{-0,3763x})^2}$$

Bestem $f'(4)$. Hva forteller dette tallet oss?

- En økonom sier at Oljefondet alltid vil vokse. Forklar hvordan vi ut fra den gitte modellen kan støtte denne uttalelsen.
- Bestem hvilket år Oljefondet har størst vekst ifølge denne modellen.