Del 1

Oppgave 1

a) Deriver funksjonene:

1) $f(x) = \left(x^2 - 1\right)\left(x^2 + 1\right)$

2) $g(x) = x^2 \cdot e^{2x}$

b)

1) Gitt rekka $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots$

Finn ledd nummer 20 og summen av de 20 første leddene.

2) Gitt den uendelige rekka $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots$

Avgjør om rekka konvergerer. Finn eventuelt summen.

c) Vi har en spesiell terning. På tre av sidene står tallet 7, på to av sidene står tallet 5, og på den siste siden står tallet -1. La den stokastiske variabelen X være tallet som vises når vi kaster terningen én gang.

1) Sett opp en sannsynlighetsfordeling for X.

2) Bestem forventningsverdi og varians for X.

d) Tre venner handlet frukt. Kari kjøpte 2 kg epler, 3 kg pærer og 1 kg appelsiner. Hun betalte 81 kroner. Per kjøpte 1 kg epler, 2 kg pærer og 3 kg appelsiner. Han betalte 71 kroner. Lise kjøpte 1 kg av hver av fruktsortene. Hun måtte betale 37 kroner.

Sett opp et likningssett, og finn kiloprisen for epler, pærer og appelsiner.

e) Grafen til en polynomfunksjon f av tredje grad skjærer x-aksen i $x_1 = -1$, i $x_2 = 1$ og i $x_3 = 3$ og y-aksen i $y = 6$. Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$.

Oppgave 2

Gitt funksjonen $f(x)=x^3+x^2-4x-4$.

a) Vis at $f(x)$ er delelig med $(x+2)$.

b) Løs likningen $f(x)=0$.

c) Løs likningen $f'(x)=1$. Gi en grafisk tolkning av resultatet.

d) Bestem *x*-koordinaten til vendepunktet på grafen til f.

Del 2

Oppgave 3

Anne vil spare for å kjøpe bil. Hun setter inn 20 000 kroner på en bankkonto i begynnelsen av hvert år. Renten er 6 % per år i hele spareperioden.

a) Finn ut hvor mye som står på kontoen rett etter at det fjerde beløpet er satt inn. Sett opp et uttrykk for hvor mye som står på Annes konto rett etter at det *n*-te beløpet er satt inn.

Bilen hun vil kjøpe, koster 330 000 kroner.

b) Hvor lenge må Anne spare før det er 330 000 kroner på kontoen?

Anne ønsker å kunne kjøpe bilen like etter at det 10. beløpet er satt inn.

c) Hvor stort beløp må hun da sette inn på kontoen i begynnelsen av hvert år?

Oppgave 4

Du skal besvare <u>enten</u> alternativ I <u>eller</u> alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

<u>Alternativ I</u>

Gitt funksjonen

$$f(x) = x^5 \cdot e^{-2x} \qquad D_f = \langle 0, 10 \rangle$$

a) Tegn grafen til f.

b) Bestem $f'(x)$, og bruk denne til å finne eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

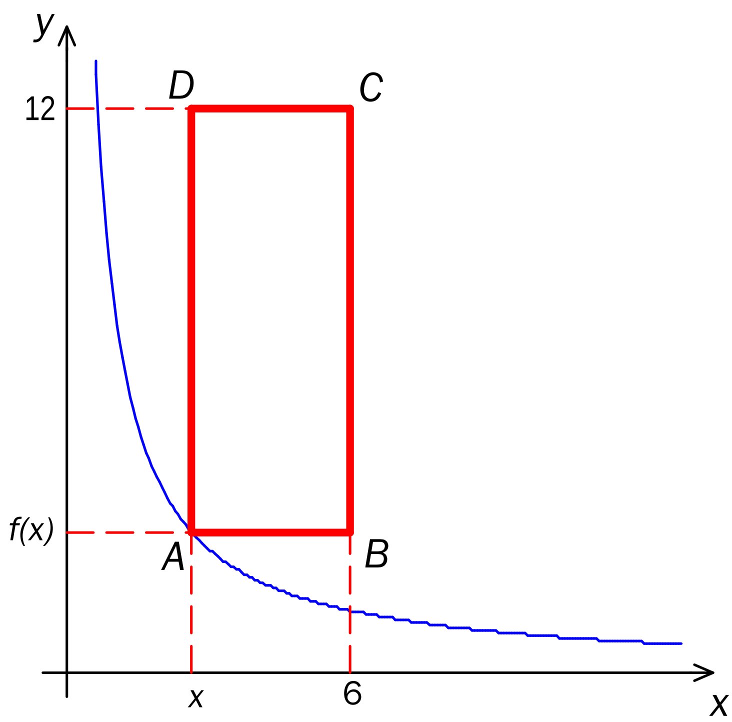
c) Finn ved regning det punktet på grafen til f der $f'(x)$ er minst.

En bensinstasjon har åpent sju dager i uka. Funksjonen $g(x) = 50 \cdot f(x)$ er en modell som viser antall solgte enheter av en bestemt vare x dager etter at varen blir lagt ut for salg. Salget varer i 10 dager.

d) Hvilken dag er salget størst, og hvilken dag øker salget mest?

Alternativ II

I deler av denne oppgaven er det en fordel å bruke digitalt verktøy.



På figuren ovenfor har vi tegnet grafen til $f(x)=\dfrac{8}{x}$ for $x>0$, og et rektangel $ABCD$.

Punktet $A\left(x,\ f(x)\right)$ ligger på grafen til f og til venstre for B. Punktene B og C har førstekoordinat 6, og punktene C og D har andrekoordinat 12. Se figuren.

a) Bestem lengden av linjestykkene AB og AD uttrykt ved x.

b) Vis at arealet av rektanglet kan skrives som

$$F\left(x\right)=80-12x-\frac{48}{x}$$

Hva er definisjonsmengden til *F?*

c) Bestem det største arealet rektanglet kan få.

d) Undersøk om rektanglet med størst areal også har størst omkrets.

Oppgave 5

Trekanttall kan illustreres som antall golfballer som danner en trekantfigur. Figuren nedenfor viser de tre første trekanttallene a_1, a_2 og a_3.

S_n er summen av de n første trekanttallene.

a) Skriv opp de seks første trekanttallene a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 og a_6 og de fem første summene S_1, S_2, S_3, S_4 og S_5.

Nedenfor er et utsnitt av Pascals trekant. Skriv av dette utsnittet i besvarelsen din, og marker der de seks første trekanttallene og de fem første summene.

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

b) Forklar at $a_n = 1+2+3+\cdots+n$. Bruk dette til å vise at $a_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

c) Bruk digitale hjelpemidler, og finn summen av de 50 første trekanttallene.

I Pascals trekant er n-te rad gitt ved binomialkoeffisientene $\binom{n}{0}\ \binom{n}{1}\ \binom{n}{2} \cdots \binom{n}{n}$.

d) Bruk Pascals trekant og det du fant i a) til å forklare at

$$a_n = \binom{n+1}{2} \quad \text{og} \quad S_n = \binom{n+2}{3}$$

Oppgave 6

Oppgave 6 teller omtrent som 3 delspørsmål.

Ledelsen i et fylke ønsker å øke andelen seksere til eksamen. Tidligere har i gjennomsnitt 4,3 % av eksamenskarakterene vært seksere. Etter en omlegging av undervisningsmetodene viste en stikkprøve at 29 av 500 eksamensresultater var seksere. Fylkesledelsen og elevorganisasjonen var uenige i om det gode resultatet skyldtes omleggingen av undervisningsmetodene, eller om det var en tilfeldighet.

Bruk dine kunnskaper i statistikk og sannsynlighetsregning, og undersøk spørsmålet nærmere. Gjør rede for hvilke metoder du bruker, og hvilke forutsetninger du legger til grunn.